Модель управляемого орбитального движения космического аппарата наблюдения с упругими элементами конструкции на основе принципа наименьшего действия

Мануйлов Ю.С.
доктор технических наук профессор

Алешин Е.Н.
кандидат технических наук, Военно–космическая академия имени А.Ф.Можайского, г. Санкт–Петербург

Аннотация

В работе представлена модель управляемого орбитального движения космического аппарата наблюдения с упругими элементами применительно к возможности учета факторов распределенности параметров объекта управления, построенная на основе принципа наименьшего действия. Данная модель позволяет учитывать конструктивные особенности космического аппарата наблюдения при формировании управляющего воздействия.

Ключевые слова: орбитальное движение; космический аппарат; механическая система; упругие элементы; конструкция.

Введение

Эффективность применения широко используемых на околоземных орбитах управляемых агрегатов и машин, к числу которых относятся космические аппараты наблюдения (КАН) в значительной степени обеспечивается системой управления движением. Особенность управления орбитальным маневрированием сложноорганизованных (систем) объектов обусловлена многосвязностью управляемой механической системы (МС).

Многосвязность проявляется в наличии перекрестных связей, за счет которых управляющее воздействие, поданное на любой из входов динамической системы, приводит к изменению несколько выходов. Разработка и обоснованный выбор математических моделей управляемого орбитального движения (УОД) КАН с упругими элементами конструкции (УЭК) является основополагающим в технологическом цикле создания его управляющих систем. Этапы разработки модельного представления процессов УОД КАН с УЭК приведены на рис.1.

При описании процессов, протекающих в сложных МС, возникает проблема их дискретного (конечномерного) и континуального (бесконечномерного) представления. Наиболее гармоничный синтез континуального и дискретного аспектов движения удалось достичь в формулировке вариационных принципов механики, которые не только в простой инвариантной форме выражают уравнения движения сложных МС и уравнения многих полей, но и являются выражением обобщенного принципа причинности в физике.

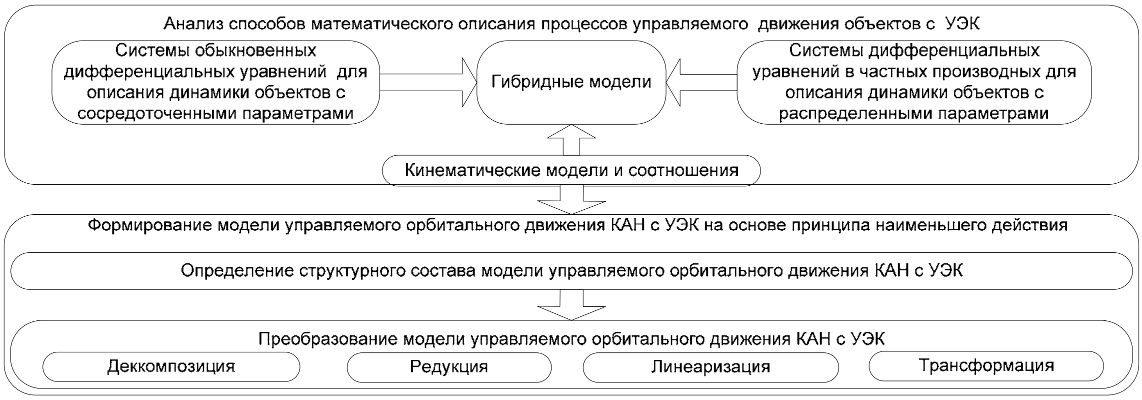

Рис.1. Этапы разработки модельного представления процессов управляемого орбитального движения космического аппарата наблюдения с упругими элементами конструкции

Наибольшую значимость при этом приобрело аналитическое направление механики, основополагающим эвристическим принципом которого выступает принцип наименьшего действия Гамильтона-Остроградского.

Динамика МС полностью определяется лагранжианом L [1]:

$$L(\overline{X},\dot{\overline{X}},t) = T(\overline{X},\dot{\overline{X}},t) - U^{*}(\overline{X},\overline{F}^{o},\overline{F}^{u},t), \tag{1}$$

где $U^{*}(\overline{X},\overline{F}^{o},\overline{F}^{u},t) = \sum_{i=1}^{n} U_i(\overline{X}_i,t) + \sum_{j=1}^{k} \Pi_j(\overline{X}_i,t) - A(\overline{F}^{o}) - A(\overline{F}^{u})$ – обобщенный потенциал;

$T(\dot{\overline{X}},\dot{\overline{X}},t) = \sum_{i=1}^{n} T_i(\overline{X}_i,\dot{\overline{X}}_i,t)$ – кинетическая энергия.

Здесь $T_i(\overline{X}_i,\dot{\overline{X}}_i,t)$ – кинетическая энергия i-й подсистемы; $U_i(\overline{X}_i,t)$ – потенциальная энергия i-й подсистемы; $A(\overline{F}^{o})$ – работа обобщенной непотенциальной силы $\overline{F}^{o}$; $A(\overline{F}^{u})$ – работа обобщенной управляющей силы $\overline{F}^{u}$; $\overline{X}$ – вектор обобщенных координат объекта; $\overline{X}$ – вектор обобщенных скоростей движения объекта.

В случае фиксированного начального $(\overline{X},\dot{\overline{X}},t_0)$ и конечного $(\overline{X},\dot{\overline{X}},T_f)$ состояния МС ее поведение на временном интервале $[t_0,T_f]$ подчинено условию стационарности действия $\partial S = \partial\int_{t_0}^{T} L dt = 0$ и описывается уравнениями Эйлера-Лагранжа $d(\partial L/\partial\dot{x}_i)/dt - \partial L/\partial x_i = 0$ или $d(\partial T/\partial\dot{x}_i)/dt - \partial T/\partial x_i = \partial U^{*}/\partial x_i$.

Система уравнений Эйлера-Лагранжа полностью описывает динамику объекта и наиболее полно подходит для описания объекта с распределенными параметрами. Но применение таких моделей при решении реальных инженерных задач оказывается достаточно сложным. Известны различные подходы к построению конечномерных математических моделей управляемого движения объектов с УЭК, однако принимаемые при этом допущения и ограничения не позволяют получить решение, обладающее достаточной степенью общности. Поэтому подход к составлению таких моделей объектов основывается на использовании методов дискретизации и аппроксимации, а также операций редукции, трансформации, декомпозиции и линеаризации в целях упрощения исходных моделей.

Возможность и правомерность редуцирования модели управляемого орбитального движения КАН с УЭК подтверждается результатами математического моделирования и известными фактами экспериментальной динамики упругих систем, согласно которым полоса пропускания частот реальной конструкции, практически ограничена сверху частотами порядка 50-100 Гц. При этом полоса пропускания системы управления в силу инерционности её элементов ограничена сверху полосой в несколько десятков Гц, а анализ энергетического спектра показывает, что от 70 до 95 % энергии колебаний приходится на частотный диапазон до 5 Гц.

Формальное решение вопроса об основных возмущающих гармониках в управляемом процессе позволяет выявить доминирующие формы упругих колебаний элементов конструкции в результате применения метода модального доминирования для расчета коэффициентов доминирования с целью выявления вклада соответствующей гармоники в процесс колебательного движения.

Введение в рассмотрение понятий момента $K = m\dot{\bar{V}}$ количества поступательного движения и кинетического момента $G = J\dot{\bar{\omega}}$ вращательного движения объекта, которые определяются градиентами кинетической энергии T по компонентам векторов скоростей соответственно поступательного $\bar{V}$ и вращательного $\bar{\omega}$ движений ($K = grad_{\bar{V}}T; G = grad_{\bar{\omega}}T$), позволяет на основе уравнений Лагранжа второго рода получить систему дифференциальных уравнений, описывающих процессы поступательного и вращательного движений объекта в инерциальной системе координат

$$\begin{cases} dK/dt + \bar{\omega} \times K = \bar{F}_У + \bar{F}_{\text{в}}; \\ dG/dt + \bar{\omega} \times G = \bar{M}_У + \bar{M}_{\text{в}}, \end{cases}$$

где m – масса объекта; J – тензор инерции жесткого тела; $\bar{F}_{\text{в}}$ – вектор возмущающих сил; $\bar{F}_У$ – вектор управляющих сил; $\bar{M}_У$ – вектор управляющих моментов; $\bar{M}_{\text{в}}$ – вектор возмущающих моментов; $\bar{\omega} \times K$ – кориолисова сила; $\bar{\omega} \times G$ – гироскопический момент.

При заданной конструктивно-компоновочной схеме КАН с УЭК упрощение исходной модели может быть обеспечено путем рационального выбора начала отсчета связанного координатного базиса [2].

В случае учета динамики УЭК система уравнений Лагранжа может быть представлена в уточненном виде [3, 4, 5]:

$$\begin{cases} J\dot{\bar{\omega}} + \bar{\omega} \times J\bar{\omega} + \sum_{s=1}^{N} A_s \ddot{\bar{q}}_s = \bar{M}_o; \\ m\dot{\bar{V}} + 2\bar{\omega} \times m\bar{V} + \sum_{s=1}^{N} B_s \ddot{\bar{q}}_s = \bar{F}_o; \\ L_s[\ddot{\bar{q}}_s + D_s\dot{\bar{q}}_s + \Omega_s\bar{q}_s] + A_s^{\text{т}}\dot{\bar{\omega}} + B_s^{\text{т}}\dot{\bar{V}} = \bar{Q}_s^o, \ s = \overline{1,N}, \end{cases} \tag{2}$$

где $\bar{q}_s$ – вектор деформационных перемещений s-го УЭК; L_s – диагональная матрица приведенных масс s-го УЭК; D_s – диагональная матрица коэффициентов диссипации s-го УЭК; Ω_s – диагональная матрица квадратов парциальных частот колебаний s-го УЭК; A_s, B_S – матрицы коэффициентов инерционных связей; $\bar{F}_o = \bar{F}_y + \bar{F}_в$, $\bar{M}_o = \bar{M}_y + \bar{M}_в$ – главные обобщенные векторы сил и моментов (управляющих и возмущающих); $\bar{Q}_s^0 = \bar{Q}_s^У + \bar{Q}_s^В$ – вектор обобщенных внешних сил (управляющих и возмущающих), действующих на s-й УЭК.

Для представления процессов УОД МДО возможно декомпозировать систему уравнений (2). При этом процесс управления вращательно-колебательным движением КАН с УЭК, наиболее подробно рассмотрен в работах [4, 5].

Система нелинейных дифференциальных уравнений (2), описывающая поступательное движение КАН с учетом влияния динамики УЭК может быть приведена к нормальной форме, за счет разрешения относительно старших производных векторов параметров состояния УЭК и представлена в виде:

$$\begin{cases} \dot{\bar{V}} = \bar{U}_{\Gamma} + \bar{U}_q(\bar{q}_s, \dot{\bar{q}}_s, s = \overline{1,N}) + \bar{U}_{\text{У}} + \bar{U}_{\text{В}}; \\ \ddot{\bar{q}}_s = -D_s^*\dot{\bar{q}}_s - \Omega_s^*\bar{q}_s + \bar{U}_s^{\Gamma}(\bar{\omega}) + \bar{U}_s^q(\bar{q}_j, \dot{\bar{q}}_j, j = \overline{1,N}, \ j \neq s) + \bar{U}_s^{\text{У}} + \bar{U}_s^{\text{В}}, \end{cases} \tag{3}$$

где $\bar{U}_{\Gamma} = m^{*-1}(2\bar{\omega} \times m\bar{V})$ – вектор ускорений, обусловленных кориолисовыми силами, возникающим в процессе взаимовлияния поступательного и вращательного движений МДО; $\bar{U}_q = m^{*-1}\sum_{j=1}^{N} B_j[D_j\dot{\bar{q}}_j + \Omega_j\bar{q}_j]$ – вектор ускорений, обусловленных влиянием динамики присоединенных УЭК на динамику поступательного движения объекта; $\bar{U}_{\text{У}} = m^{*-1}[\|F\|\bar{u} - \sum_{s=1}^{N} B_j L_j^{-1}\bar{Q}_j^{\text{У}}]$ – вектор управляющих ускорений, обусловленных прикладываемым к объекту вектором управляющих сил $\bar{F}_{\text{У}}$;

$\overline{U}_{\text{В}} = m^{*-1}[\overline{F}_{\text{В}} - \sum_{j=1}^{N} B_j L_j^{-1} \overline{Q}_j^{\text{В}}]$ – вектор возмущающих ускорений поступательного движения объекта; $\overline{U}_s^{\Gamma} = -K_s(2\overline{\omega} \times m\overline{V})$ – вектор ускорений, обусловленных кориолисовой силой поступательного движения объекта; $\overline{U}_s^{q} = -K_s[\sum_{j=1, j\neq s}^{N} B_j(D_j\dot{\overline{q}}_j + \Omega_j \overline{q}_j)$ – вектор ускорений, обусловленных динамическим взаимовлиянием УЭК; $\overline{U}_s^{\text{У}} = L_s^{-1}\overline{Q}_s^{\text{У}} - K_s[F\overline{u} - \sum_{j=1}^{N} B_j(\overline{\varphi}_j) L_j^{-1} \overline{Q}_j^{\text{У}}]$ – вектор управляющих ускорений, прикладываемых к s-му УЭК; $\overline{U}_s^{\text{В}} = L_s^{-1}\overline{Q}_s^{\text{В}} - K_s[\overline{F}^{\text{В}} - \sum_{j=1}^{N} B_j L_j^{-1} \overline{Q}_j^{\text{В}}]$ – вектор возмущающих ускорений, прикладываемых к s-му УЭК; $K_s = L_s^{-1} B_s^{T} m^{*-1}$; $D_s^{*} = (E + K_s B_s) D_s$; $\Omega_s^{*} = (E + K_s B_s)\Omega_s$; E – единичная матрица соответствующей размерности; $\overline{u} = col(u_i, u_j, u_k)$ – вектор управляющих параметров; $\|F\| = diag(F_i, F_j, F_k)$ – матрица распределения управляющих сил по осям ССК.

Учитывая сравнительную малость угловых скоростей вращения КАН в процессе поступательного движения, возмущающими ускорениями, обусловленными действием кориолисовой силы, в математической модели (3) можно пренебречь.

Существенная нелинейность модели (3) является основным препятствием ее использования для решения задач синтеза оптимального управления орбитальным движением КАН с УЭК. Упрощение исходной нелинейной модели путем выполнения ее линеаризации в окрестности опорной траектории позволяет представить модель УОД КАН с УЭК в отклонениях от опорной траектории в следующем виде:

$$\dot{\overline{X}}_0 = A_0 \overline{X}_0 + \overline{U}_0 + \overline{W}_0, \tag{4}$$

где $\overline{U}_0$ – обобщенная вектор управляющих воздействий; $\overline{W}_0$ – обобщенный вектор возмущающих воздействий; A_0 – обобщенная матрица параметров объекта управления; $\overline{X}_0 = col(\overline{X}_1, \overline{Q})$ – обобщенный вектор фазового состояния движения КАН с УЭК, $\overline{X}_1$ – вектор параметров фазового состояния движения объекта управления в ССК, $\overline{Q}$ – вектор параметров фазового состояния УЭК.

Заключение

Таким образом, конечномерная стационарная линейная модель УОД КАН с УЭК, построенная на основе принципа наименьшего действия, учитывает конструктивные особенности объекта, что позволяет использовать ее для решения задач синтеза оптимального управления орбитальным движением КАН с УЭК. Данная модель может быть применена при обосновании внедрения новейших достижений науки и техники в практику создания и испытаний систем управления движением КАН со сложными конструктивно-компоновочными схемами.

Литература

1. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Наука. 1961. 824 с.

2. Алексеев К.Б., Бебенин Г.Т. Управление космическими летательными аппаратами. М.: Машиностроение. 1974. 340 с.

3. Гончаревский В.С., Мануйлов Ю.С., Новиков Е.А. Моделирование управляемого движения космических аппаратов. СПб.: ВКА имени А.Ф. Можайского. 2009. 291 с.

4. Мануйлов Ю.С. Теория управления пространственным угловым маневрированием космических аппаратов с упругими элементами конструкции: монография. МО РФ. 2001. 497 с.

5. Мануйлов Ю.С., Калинин В.Н., Гончаревский В.С., Делий И.И., Новиков Е.А. Управление космическими аппаратами и средствами наземного комплекса управления. СПб.: ВКА. 2010. 609 с.

Для цитирования:
Мануйлов Ю.С., Алешин Е.Н. Модель управляемого орбитального движения космического аппарата наблюдения с упругими элементами конструкции на основе принципа наименьшего действия // i-methods. 2015. Т. 7. № 4. С. 11-15.

The model of controlled orbital movement of a spacecraft observation with elastic structural elements on the basis of the principle of least action

Manuilov Y.S.
doctor of technical Sciences, Professor
Aleshin E.N.
candidate of technical Sciences, Military space Academy named after A. F. Mozhaisky, Saint-Petersburg

Abstract
The article presents the model of controlled orbital movement of a spacecraft observation with elastic elements for potential consideration given to the distribution parameters of the control object, based on the principle of least action. This model allows taking into account the design features of the spacecraft observations in the formation of the control action.

Keywords: orbital movement; spacecraft; mechanical system; elastic elements; design.

References
1. Lurie A. I. Analytical mechanics. Moscow: Nauka. 1961. 824 S.
2. Alekseev K. B., Bebenin G. T. Management space aircraft. M.: Mashinostroenie. 1974. 340 S.
3. Goncharevsky V. S., Yu. s. Manuilov and E. A. Novikov, Simulation of controlled motion of spacecraft. SPb.: Military space Academy of A. F. Mozhaysky. 2009. 291 p.
4. Manuilov Y. S. Theory of control of spatial maneuvering angle of the spacecraft with elastic elements of constructions: monograph. THE MINISTRY OF DEFENSE. 2001. 497 p.
5. Manuilov Y. S., Kalinin V. N., Goncharevsky V. S., Delia I. I., Novikov, E. A., Control of spacecraft and the means of ground control complex. SPb.: WAC. 2010. 609 S.

For citation:
Manuilov Y.S. Aleshin E.N. The model of controlled orbital movement of a spacecraft observation with elastic structural elements on the basis of the principle of least action // i-methods. 2015. T. 7. No. 4. p.11-15.