

Модель источника ошибок для радиотрактов в условиях релейских замираний

Шестаков Владимир Владимирович

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Метрология, стандартизация и измерения в инфокоммуникациях», Московский технический университет связи и информатики, г. Москва, Россия, shvvov@mtuci.ru

Манонина Ирина Владимировна

кандидат технических наук, доцент кафедры «Общая теория связи», Московский технический университет связи и информатики, г. Москва, Россия, ivm@mtuci.ru

АННОТАЦИЯ

Введение: на этапах разработки аппаратуры используют модели каналов, получивших названия имитаторов каналов связи. **Постановка задачи:** в основу каждого имитатора положена математическая модель канала связи. Иногда электронные имитаторы изготавливаются для конкретной цели. В частности, это связано с обработкой цифровых сигналов, на которые влияют распределение ошибок с учетом их группирования. **Методы:** предложена математическая модель радиотракта в виде простой цепи Маркова, для описания которой используются вероятностные характеристики огибающей сигнала, и параметры которой определены на основе характеристик радиотракта в условиях релейских замираний. При этом вероятности ошибок определяются для случая оптимального некогерентного приема сигналов относительной фазовой модуляции, частотной модуляции и амплитудной модуляции. А для определения переходных вероятностей была использована модель, основанная на связи между пересечением уровня квантования модуля коэффициента передачи и идеальным ограничением. **Результаты:** Проведена экспериментальная проверка соответствия математической модели реальному каналу. Эксперимент проведен для случая передачи амплитудно-модулированного сигнала, в процессе которого, задавшись величиной вероятности ошибки при релейских замираниях в рассмотренном канале, определен параметр, характеризующий релейское распределение, финальные вероятности в трех состояниях, вероятности ошибки, а также переходные вероятности, на основе которых получена реализация последовательности ошибок. Для проверки соответствия модели экспериментальным данным использован критерий χ -квадрат, в результате чего было определено, что последовательность эмпирическая и полученная путём моделирования представляют собой две реализации одного и того же процесса.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: имитатор канала связи; математическая модель канала связи; цепь Маркова; матрица переходных вероятностей; замирания в радиоканалах; вероятность ошибки; цифровой радиотракт.

Введение

Сокращение сроков и повышение эффективности разработки и проектирования систем передачи данных представляет собой актуальную задачу в развитии современной техники телекоммуникаций. Одним из путей ее решения является внедрение и использование модельных экспериментов на этапах научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ в процессе которых производится испытание на стендах созданной аппаратуры.

Модельные эксперименты по сравнению с натурными испытаниями, отличающимися большой стоимостью и сложностью проведения, обладают рядом дополнительных достоинств, к которым можно отнести: возможность сравнительных испытаний различных систем связи в одинаковых условиях; возможность задания наиболее важных для испытания системы связи условий; сокращение сроков испытаний и расходов на них, оценка тех характеристик системы, которые не допускают аналитического описания; модельный эксперимент позволяет получить более достоверные результаты за счёт того, что содержит реальную аппаратуру. Модели каналов, используемые в таких экспериментах, называются имитаторами каналов связи.

В основу каждого имитатора положена математическая модель канала связи, являющаяся некоторой идеализацией реального канала, отражающая наиболее существенные (с точки зрения тех или иных задач) его свойства. В более узком смысле под математической моделью канала понимают указание характеристики его входных и выходных сигналов и их математической взаимосвязи. Модель должна быть построена таким образом, чтобы содержать всю информацию о реальном канале, необходимую для разработки, обслуживаемой им системы связи и в первую очередь – для выбора оптимальной структуры и алгоритма работы, передающего и приемного устройств.

Метод моделирования радиотракта

Для моделирования радиотрактов широко распространены аналоговые методы моделирования радиоканалов, которые можно разделить на две группы: физического и функционального подобия модели и моделируемого объекта.

Имитаторы каналов связи, как правило миниатюрные копии реального канала связи, воспроизводящие в определенном масштабе некоторые физические закономерности, присущие реальному каналу связи.

Вторую группу составляют методы электронного моделирования замирающего сигнала, как случайного процесса с заданными статистическими характеристиками, обеспечивающие приближенное вероятное подобие между сигналами на выходах канала связи и имитатора канала. В основе каждого из приборов лежит какая-либо математическая модель канала. В основу большинства известных имитаторов положена дискретная модель (1) линейного канала.

$$S_{os}(t) = \sum_{r=1}^k \mu_r(t) U_r(t) \cos[\omega_0 t + \theta_{(t)} + \varphi_r(t)] \quad (1)$$

где $S_{os}(t)$ – выходной сигнал, $\mu_r(t)$ и $\varphi_r(t)$ – модуль коэффициента передачи и фазовый сдвиг в r – луче, $U_r(t)$ – амплитуда входного сигнала.

При этом устройства, отвечающие принятой математической радиоканала, во всех случаях являются сложными и дорогостоящими. При этом безусловно подобные устройства позволяют проводить стендовые испытания всего тракта включая высокочастотную передающую и приемную аппаратуру [1-5].

Иногда электронные имитаторы изготавливаются для конкретной цели и обеспечивают определенные искажения исследуемых сигналов с целью отработки методов и средств борьбы системы связи с подобными искажениями. В частности, это связано с обработкой цифровых сигналов, на которые влияют распределение ошибок с учетом их группирования.

В этом случае используют описание дискретных каналов при помощи вероятностных автоматов и матричных процессов, во всех этих моделях процесс искажения информации рассматривается как процесс наложения на эту информацию дискретного потока ошибок, не зависящего от вида передаваемых сообщений.

Математические модели дискретных каналов используются при компьютерном моделировании, а также положены в основу имитаторов потока ошибок. При этом каждая математическая модель дискретного канала основывается на конкретной реализации. В случае изменения одного из условий необходимо повторное проведение испытаний и создание новой математической модели, основанной на полученных результатах [6-11]. Радиотракты обычно характеризуются: видом замираний, временными характеристиками канала (корреляционная функция, интервал корреляции и т.д.), видом сигнала, способом приема [12]. Поэтому используя указанные характеристики непрерывного канала, необходимо иметь возможность создавать модели дискретного канала, на базе которого спроектировать имитатор потока ошибок с учетом группирования. Так как один и тот же канал передачи дискретной информации можно описать с помощью Марковских цепей, характеризующих распределение ошибок, и с помощью передаточной функции, характеризующей вид замираний, то, вероятно вполне возможно установить связь параметров описанной модели со статистическими характеристиками, описывающими модель радиоканала.

Замирания общего вида (Накагами, четырехпараметрическое) хотя и достаточно хорошо аппроксимируют реальные физические процессы, однако приводят к весьма громоздким вычислениям. Поэтому обычно используют наиболее простые модели – релеевскую для описания глубоких замираний, когда отсутствует регулярная составляющая, и райсовские, если имеется регулярная и флуктуирующая составляющие. Многочисленные исследования, проводимые в диапазоне от 50 МГц до 12 ГГц, показывают, что огибающая радиосигнала, принимаемого на подвижном объекте, а также для радиотрактов в городской среде распределена по закону Релея. Поэтому все расчёты будут предполагать, что огибающая сигнала имеет релеевское распределение.

Марковская модель используется для описания каналов с группирующимися ошибками, при этом группирование ошибок является характерным для каналов с памятью. Группирование ошибок в радиоканалах обусловлено замираниями. Радиоканал во многих случаях описывают вероятностными характеристиками огибающей сигнала или вероятностными характеристиками модуля коэффициента передачи [13, 14].

Определение параметров модели

Наложив разумные ограничения на параметры цепи Маркова, можно построить математическую модель, удовлетворительно описывающую характер распределения ошибок в радиотракте. В случае медленных замираний, что в большинстве случаев выполняется, состояния каналов довольно устойчивы и переход из одного состояния возможен лишь в два соседние. В этом случае матрица переходных вероятностей имеет вид трехдиагональной якобиевой

матрицы (2), что соответствует описанию случайного блуждания точки с отражающими границами [15-18].

$$P = \left| p_{c_1 c_0} \right| = \begin{vmatrix} p_{00} & p_{01} & 0 \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ 0 & p_{21} & p_{22} \end{vmatrix} \quad (2)$$

Это же условие можно также использовать для выбора интервала дискретизации (3), так как параметры цепи Маркова определяются не по конкретной реализации последовательности ошибок, а на базе статистических характеристик радиоканала, интервал дискретизации можно выбирать из следующих условий:

$$T_b \leq T_d \square T_f(\mu_1) \quad (3)$$

где T_b – длительность одного бита информации; T_d – интервал дискретизации; $T_f(\mu_1)$ – средняя длительность замираний относительно нижнего уровня квантования μ_1 .

Длительность T_b определяется необходимой скоростью передачи информации и может быть различной, причём нижний предел достигает единиц наносекунд, а длительность замираний $T_f(\mu_1)$ исчисляется сотнями миллисекунд и даже секундами [19].

Среднюю длительность замираний можно определить, используя теорию выбросов случайных процессов [19-22].

Финальные вероятности (4), (5), (6) можно определить, интегрируя одномерную плотность распределения вероятностей огибающей в пределах, определяемых уровнями μ_1 и μ_2 . В случае трёх состояний финальные вероятности определяются по следующим формулам:

$$p_0 = \int_{\mu_2}^{\infty} W(\mu) d\mu \quad (4)$$

$$p_2 = \int_0^{\mu_1} W(\mu) d\mu \quad (5)$$

$$p_1 = 1 - p_0 - p_2 \quad (6)$$

В случае оптимального некогерентного приёма сигналов относительной фазовой модуляции (ОФМ) (7), частотной модуляции (ЧМ) (8), амплитудной модуляции (АМ) (9) вероятности ошибок ε_2 и ε_0 определяются следующими формулами, соответственно:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2(1+h^2)} \exp\left(-\frac{\mu_2^2 h^2}{\mu_0^2}\right), \quad (7)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2p_2(1+h^2)} \left(1 - \exp\left(-\frac{\mu_1^2}{\mu_0^2}(1+h^2)\right)\right),$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2+h^2} \exp\left(-\frac{\mu_2^2 h^2}{2\mu_0^2}\right), \quad (8)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{p_2(2+h^2)} \left(1 - \exp\left(-\frac{\mu_1^2}{2\mu_0^2}(2+h^2)\right)\right),$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \frac{2}{4+h^2} \exp\left(-\frac{\mu_2^2 h^2}{4\mu_0^2}\right) - \frac{1}{p_0} \frac{1}{h\sqrt{2(4+h^2)}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{4+h^2}}{2} \frac{\mu_2}{\mu_0}\right), \\ \varepsilon_2 &= \frac{2}{p_2(4+h^2)} \left(1 - \exp\left(-\frac{\mu_1^2}{4\mu_0^2}(4+h^2)\right)\right), \end{aligned} \tag{9}$$

где $\operatorname{erfc}(x)$ – табулированный интеграл вида $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-\eta^2) d\eta$ [7, 8, 10, 11].

Используя формулы (7), (8), (9) подставляя в них значения h , μ_0 и учитывая, что вероятность ошибки ε_2 задается, можно, используя методы итеративного решения уравнений, определить значение уровней μ_1 [23]. Величину ε_2 , целесообразно для упрощения моделирования выбирать равной $1/2^n$ при $n > 1$, что позволяет дополнительно облегчить выполнение условия (5), накладывающего ограничения на интервал дискретизации. Выбор величины $\varepsilon_2 = 0,5$, приведет к тому, что величина уровня μ_1 будет равна нулю [12].

Расчёты в виде зависимости μ_1 от h^2 для случаев некогерентного приема сигналов ОФМ показана на рис. 1, для ЧМ – на рис. 2 и для АМ – на рис. 3. Полученные зависимости показывают, что с ростом отношения сигнал/шум (при $h > 10$), значение уровня μ_1 изменяется незначительно.

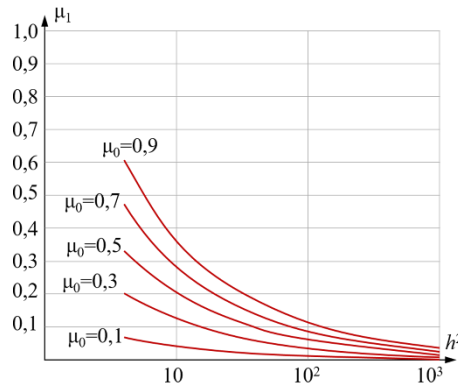


Рис. 1. Зависимость μ_1 от h^2 для некогерентного приема сигнала ОФМ

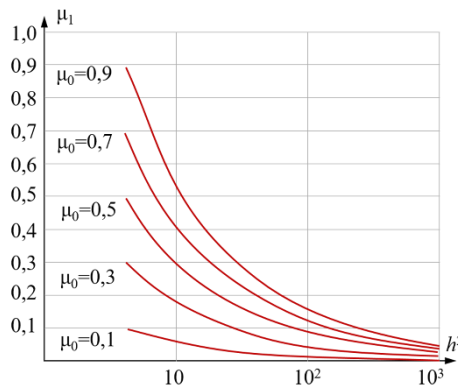


Рис. 2. Зависимость μ_1 от h^2 для некогерентного приема сигнала ЧМ

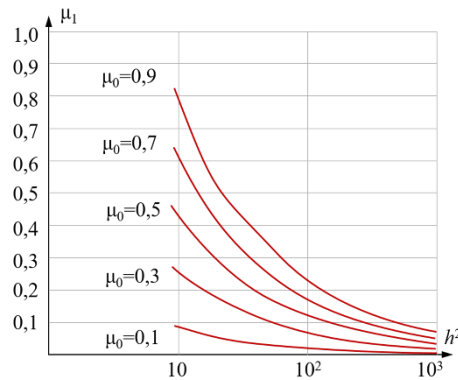


Рис. 3. Зависимость μ_1 от h^2 для некогерентного приема сигнала АМ

Для определения элементов матрицы переходных вероятностей запишем уравнения для случая, когда Марковская цепь описывается матрицей вида (2) [15, 17, 18]:

$$\begin{cases} p_0 = p_0 p_{00} + p_1 p_{10} \\ p_1 = p_0 p_{01} + p_1 p_{11} + p_2 p_{21} \\ p_2 = p_1 p_{12} + p_2 p_{22} \\ p_{00} + p_{01} = 1 \\ p_{10} + p_{11} + p_{12} = 1 \\ p_{21} + p_{22} = 1 \end{cases} \quad (10)$$

Так как уравнения являются линейно зависимыми, то для определения всех элементов матрицы переходных вероятностей необходимо доопределить два её элемента. Используя элементы теории выбросов случайных процессов [8-11], можно определить вероятность пересечения на заданном интервале T_d уровней μ_1 и μ_2 как с положительной, так и с отрицательной производной. Определив таким образом переходные вероятности p_{01} и p_{21} , можно получить формулы для вычисления остальных элементов матрицы переходных вероятностей (11). Считая p_{01} и p_{21} известными и подставляя в (10), получим [12]:

$$\begin{cases} p_{00} = 1 - p_{01} \\ p_{10} = \frac{p_0}{p_1} p_{01} \\ p_{11} = 1 - p_{10} - p_{12} \\ p_{12} = \frac{p_2}{p_1} p_{21} \\ p_{22} = 1 - p_{21} \end{cases} \quad (11)$$

Для определения переходных вероятностей была использована модель, основанная на связи между пересечением уровня и идеальным ограничением. Получим выражения переходных вероятностей:

$$p_{21} = \frac{1 - \left(2 \exp\left(-\frac{\mu_1^2}{\mu_0^2}\right) - 1 \right)^2 - \left(\frac{2\mu_1^2}{\mu_0^2} \exp\left(-\frac{\mu_1^2}{\mu_0^2}\right) \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{L'_{n-1}\left(\frac{\mu_1^2}{\mu_0^2}\right)}{n} R_0^n(\tau) \right)}{4 \left(1 - \exp\left(-\frac{\mu_1^2}{\mu_0^2}\right) \right)}, \quad (12)$$

$$p_{01} = \frac{1 - \left(2 \exp\left(-\frac{\mu_2^2}{\mu_0^2}\right) - 1 \right)^2 - \left(\frac{2\mu_2^2}{\mu_0^2} \exp\left(-\frac{\mu_2^2}{\mu_0^2}\right) \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{L'_{n-1}\left(\frac{\mu_2^2}{\mu_0^2}\right)}{n} R_0^n(\tau) \right)}{4 \exp\left(-\frac{\mu_2^2}{\mu_0^2}\right)}, \quad (13)$$

где L'_{n-1} – полином Лаггера [15, 17, 18].

Остальные элементы матрицы переходных вероятностей определяются из уравнений цепи Маркова (10, 11).

Коэффициент корреляции характеризует изменение процесса во времени и зависит от физических процессов в ионосфере (тропосфере) и может быть определен экспериментально [12]. Для коэффициента корреляции $R(\tau)$ при интерференционных замираниях можно использовать приближенные формулы (14) или (15).

$$R_0(\tau) \approx \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\tau_k^2}\right) \quad (14)$$

$$R_0(\tau) \approx \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_k}\right) \quad (15)$$

Величина τ_k характеризует скорость замираний, при этом её часто называют временем корреляции или средним периодом замираний.

Движение объекта вызывает доплеровский сдвиг частоты (17), который влияет на спектральную плотность принимаемого сигнала, в свою очередь, согласно теореме Винера-Хинчина, связанной с корреляционной функцией, вследствие этого коэффициент корреляции зависит от скорости движения объекта [13, 14].

$$R_0(\tau) = J_0(\omega_m \tau) \quad (16)$$

где J_0 – функция Бесселя;

$$\omega_m = 2\pi f_m = 2\pi v / \lambda \quad (17)$$

где f_m – максимальный доплеровский сдвиг; v – скорость движения объекта; λ – длина волны несущего колебания.

Интервал $\tau = T_d$ выбирается из соотношения (3), причем при связи с подвижными объектами $T_f(\mu_1)$ зависит от доплеровского сдвига частоты. Значение $T_f(\mu_1)$ для релейского канала в этом случае определяется по формуле (18) [21, 22].

$$T_f(\mu_1) = \frac{\exp\left(\frac{\mu_1^2}{\mu_0^2}\right) - 1}{2\sqrt{\pi} \frac{\mu_1}{\mu_0} f_m} \tag{18}$$

На рис. 4 представлена зависимость средней длительности выбросов ниже уровня μ_1 в зависимости от скорости движения объекта. При этом соотношения μ_1/μ_0 взяты с учетом рис. 1, 2, 3. Учитывая все выдвинутые требования, были определены переходные вероятности для различных значений $R_0(\tau)$ и отношения μ_1/μ_0 . Результаты расчета показали, что с увеличением коэффициента корреляции состояния канала становятся более устойчивыми, что соответствует реальным физическим процессам.

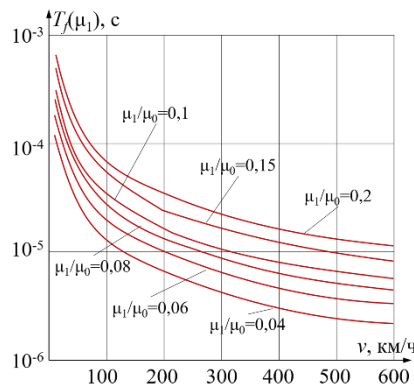


Рис. 4. Зависимость средней длительности выбросов ниже уровня μ_1 от скорости движения объекта

Исходя, из этого графика, а также учитывая формулу (16) можно сделать вывод что величина $R_0(\tau)$ находится в пределах $0,9 \leq R_0(\tau) < 1$, и, следовательно, количество членов, которые необходимо учитывать в сумме, входящей в формулы (12) и (13), может достигать нескольких сотен тысяч в зависимости от значения $R_0(\tau)$.

Анализ показал, что если коэффициент корреляции меньше величины 0,999, то для определения количества учитываемых членов следует использовать выражение:

$$n = \frac{\lg R_n (1 - R_0^2(\tau))}{2 \lg R_0(\tau)} \tag{19}$$

Если $0,999 \leq R_0(\tau) < 1$, то для определения количества членов суммы анализируется второй сомножитель, определяемый полиномом Лагерра.

В этом случае выражение для оценки остаточного члена:

$$\frac{\exp(x)(16n^2 + 4n + 1)}{\pi \sqrt{x^3} 8n^2 \sqrt{n}} \leq R_n \tag{20}$$

Таким образом, оценку остаточного члена необходимо производить по формулам (19) и (20) и при расчетах выбирать минимальное значение n . В табл. приведена зависимость величины p_{21} от значения коэффициента корреляции в интервале от 0,99 до 0,999999.

Табл. Зависимость величины переходной вероятности p_{21} от значения коэффициента корреляции $R_0(\tau)$ в интервале от 0,99 до 0,99999

$R_0(\tau)$ μ_1/μ_0	0,99	0,995	0,999	0,9995	0,9999	0,99995	0,99999
0,04	0,92564	0,86220	0,57202	0,42698	0,19776	0,14041	0,06300
0,08	0,75865	0,62596	0,30811	0,22012	0,09923	0,07023	0,03168
0,12	0,59124	0,44513	0,20697	0,14698	0,06657	0,04675	0,02350
0,25	0,30358	0,21681	0,09790	0,06911	0,03248	0,02293	0,01464

Учитывая все выдвинутые требования, были определены переходные вероятности для различных значений $R_0(\tau)$ и отношения μ_1/μ_0 . Результаты расчета показали, что с увеличением коэффициента корреляции состояния канала становятся более устойчивыми, что соответствует реальным физическим процессам [15, 18].

Экспериментальная проверка соответствия модели реальному каналу

Для иллюстрации, характеризующей возможность использования предложенной математической модели и методики её построения, было проведено сравнение реальной последовательности ошибок, и полученных с помощью модели, построенной по характеристикам реального радиотракта.

Предложенная модель на базе цепи Маркова описывает поведение огибающей замирающего сигнала. При этом модель дискретного канала представлена в виде эквивалентной схемы – рис. 5, содержащей сумматор по модулю два, на один из входов которого подан информационный сигнал \vec{B}_i , а другой подсоединен к коммутатору, обеспечивающему коммутацию источников ошибок \vec{E}_i , вероятность появления нуля на выходе которых соответствует вероятностям ошибок в состояниях.

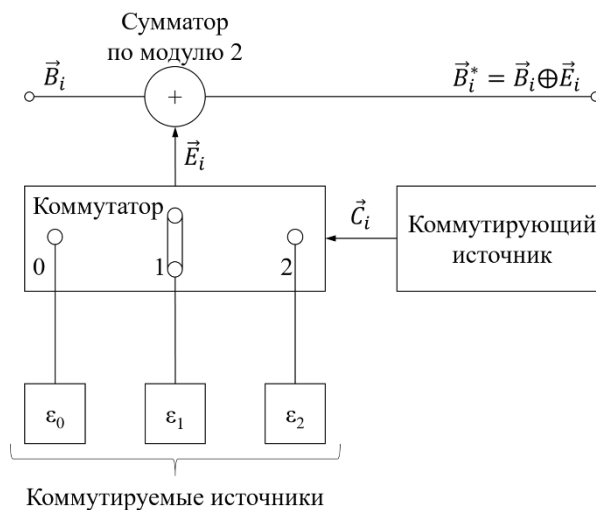


Рис. 5. Эквивалентная схема дискретного канала

Блок-схема алгоритма моделирования процессов выбора текущего состояния предложенной Марковской модели приведена на рис. 6.

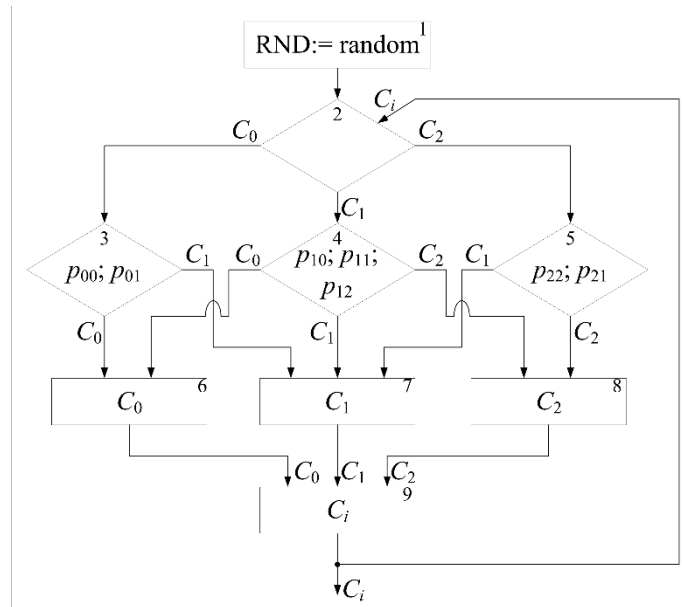


Рис. 6. Блок-схема алгоритма моделирования процессов выбора текущего состояния Марковской модели

Воспользовавшись встроенным генератором псевдослучайной равномерно распределенной последовательности – блок 1, генерируем случайное значение на интервале (0; 1). Присваиваем это значение переменной RND.

Начальное состояние блока 2 может быть любым на момент начала работы. В дальнейшем оно определяется состоянием, полученным на выходе коммутирующего источника – блок 9. Далее случайное число поступает на один из трех блоков 3, 4 или 5, где в соответствии с выбранными порогами, соответствующими матрице переходных вероятностей, выдается код состояния – на блоки 6, 7 или 8, в который переходит коммутирующий источник – выход блока 9. Пороги определяются из условий (10), (11).

Было сделано предположение, что замирания в канале описываются релеевским распределением, что допускается в ряде исследований, проведенных в данном диапазоне (10 ГГц) [13, 14, 24]. Параметр релеевского распределения μ_0 можно определить, используя методику, изложенную в [24]. Коэффициент корреляции в области больших корреляций $R_0 \approx 1$ аппроксимируется экспоненциальной кривой:

$$R_0(\tau) = \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right) \tag{21}$$

Тогда как в области малых корреляций функции (14) или (15) в равной степени пригодны для аппроксимации экспериментальных кривых. В случае связи с подвижным объектом коэффициент корреляция зависит от скорости движения объекта и может быть определен по (16). Эксперименты, проведенные для данных диапазонов и алогичных трасс, дают значение

интервала корреляции τ_0 в пределах от 0,2 до 10 секунд [19, 24]. Величину отношения сигнал/шум можно определить: экспериментально, расчетным путем, а также используя функциональную зависимость между значением этого параметра и вероятностью ошибки в канале. Вероятность ошибки может быть определена экспериментально, а также могут быть использованы среднестатистические значения, полученные на аналогичных трассах [6, 13, 14]. В случае передачи АМ сигналов вероятность ошибки при релейских замираниях равна [12]:

$$P_{err} = 0,5 \left(1 - (2h^2 + 1)^{-\frac{1}{2h^2}} + (2h^2 + 1)^{-\frac{2h^2+1}{2h^2}} \right) \quad (22)$$

Полная вероятность ошибок в канале с медленными общими замираниями определится следующим образом:

$$p = p(h_0) = \int_0^\infty W(\mu) f\left(\frac{\mu h_0}{\mu_0}\right) d\mu \quad (23)$$

В соответствии с определением плотности вероятности [18] выражение (23) можно записать следующей приближенной формулой:

$$p = \sum_{k=0}^\infty p_k \varepsilon_k \quad (24)$$

где p_k – вероятность нахождения огибающей сигнала между уровнями μ_k и μ_{k+1} ; ε_k – средняя вероятность ошибки в канале без памяти, коэффициент передачи которого фиксирован и равен: $0,5(\mu_k + \mu_{k+1})$.

Параметры модели целесообразно определять в следующей последовательности.

Определив параметр, характеризующий релейское распределение $\mu_0=0,7$ и зная величину вероятности ошибки полученной на данной трассе $P_{err}=9,5 \cdot 10^{-4}$, можно, используя формулы (24) и (22), определить уровень $\mu_1=0,036$ (при этом принято $\varepsilon_2=0,25$). Задаваясь величиной $\mu_2=0,07$, определим по формулам:

$$p_0 = \int_{\mu_2}^\infty \frac{2\mu}{\mu_0^2} \exp\left(-\frac{\mu^2}{\mu_0^2}\right) d\mu = \exp\left(-\frac{\mu_2^2}{\mu_0^2}\right)$$

$$p_2 = 1 - \exp\left(-\frac{\mu_1^2}{\mu_0^2}\right)$$

$$p_1 = \exp\left(-\frac{\mu_1^2}{\mu_0^2}\right) - \exp\left(-\frac{\mu_2^2}{\mu_0^2}\right)$$

финальные вероятности $p_0=0,99$; $p_1=0,0074$; $p_2=0,0026$. Далее используя формулу (9) определим вероятность ошибки в состояниях $\varepsilon_0=1,42 \cdot 10^{-6}$ и с учетом формул (22) и (24) вероятность ошибки $\varepsilon_1=4,04 \cdot 10^{-2}$. Используя соотношение (3), выбираем интервал дискретизации $T_d=5$ мкс, коэффициент корреляции в этом случае согласно формуле (21) равен $R_0(\tau)=0,999996$. Определяя по формулам (12) и (13) переходные вероятности $p_{21}=0,031$, $p_{01}=0,00017$, по формулам (11) получим значение матрицы переходных вероятностей:

$$\begin{vmatrix} 0,99983 & 0,00017 & 0 \\ 0,0227 & 0,9664 & 0,0109 \\ 0 & 0,031 & 0,969 \end{vmatrix}$$

Используя полученные значения, была получена реализация последовательности ошибок. Математическая модель, положенная в основу имитатора потока ошибок, как и любая модель, описывает объект приближённо. Поэтому после построения модели, используя методы математической статистики, необходимо проверить степень её соответствия экспериментальным данным.

В нашем случае необходимо решить следующую задачу: можно ли считать, что две последовательности – эмпирическая и полученная путём моделирования – представляют собой две выборки из одной и той же совокупности (эти две последовательности представляют собой две реализации одного и того же процесса).

Для проверки соответствия модели экспериментальным данным предлагается использовать распределение $P_n(t)$ (25) вероятностей того, что блок длины n содержит t ошибок [1-3, 25]. Иными словами, следует сопоставить частоты:

$$\hat{P}_n^{(M)}(t) = \frac{N_t^{(M)}}{N_n^{(M)}} \text{ и } \hat{P}_n^{(E)}(t) = \frac{N_t^{(E)}}{N_n^{(E)}} \tag{25}$$

где $N_t^{(M)}$ и $N_t^{(E)}$ – количество блоков длины n , содержащих t ошибок соответственно для моделируемой и экспериментальной последовательностей; $N_n^{(M)}$ и $N_n^{(E)}$ – общее число блоков.

Для определения этого соответствия наиболее часто используется критерий χ -квадрат, имеющий в данном случае вид:

$$\chi^2 = \frac{1}{N_n^{(M)} N_n^{(E)}} \sum_{v=1}^r \frac{(N_n^{(M)} n_v^{(E)} - N_n^{(E)} n_v^{(M)})^2}{n_v^{(E)} + n_v^{(M)}}$$

где r – количество интервалов разбиений; $n_v^{(E)}$, $n_v^{(M)}$ – число точек в v -м интервале.

Полученные данные подтверждают возможность использования предложенного метода для моделирования потока ошибок.

Заключение

В статье предложена модель, которая положена в основу имитатора канала связи, который предназначен для испытания аппаратуры обработки цифровых сигналов на которые влияют распределение ошибок с учетом их группирования. Учитывая особенности радиотракта, для систем связи с подвижными объектами, предложена структура и определены параметры модели на базе простой цепи Маркова. Предложена структура имитатора и приведен алгоритм работы коммутирующего источника. Осуществлена экспериментальная проверка соответствия модели реальному каналу.

Литература

1. Васильев К.К., Служивый М.Н. Математическое моделирование инфокоммуникационных систем. М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 236 с.

2. *Li Z., Bomfin R., Franco de Almeida I.B., Nimr A., Franchi N., Fettweis G.* Position-Driven Wireless Multipath Channel Simulator for Square-Shaped Environments // 2021 1st IEEE International Online Symposium on Joint Communications & Sensing (JC&S) (Dresden, Germany, 23-24 February 2021). Dresden, Germany, 2021. Pp. 1-6. DOI: 10.1109/JCS52304.2021.9376345.
3. *Taotao Z., Shuli D., Yunge T., Bingyin R., Wanhong L.* Design and Implementation of Time-varying Fading Channel Simulator Based on FPGA // 2019 IEEE 8th Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC) (Chongqing, China, 24-26 May 2019). Chongqing, China, 2019. Pp. 1089-1092. DOI: 10.1109/ITAIC.2019.8785829.
4. *Жураковский В.Н.* Вероятностное моделирование цифровых автоматов. М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. 44 с.
5. *Шелухин О.И.* Моделирование информационных систем. М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 536 с.
6. *Блох Э.Л., Попов О.В., Турин В.Я.* Модели источника ошибок в каналах передачи цифровой информации. М.: Связь, 1971. 312 с.
7. *Гришко А.К.* Марковская модель прогнозирования параметрической надежности радиоэлектронных систем // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. 2019. № 2(28). С. 5-12. DOI: 10.21685/2307-5538-2019-2-1.
8. *Шелухин О.И., Руднев А.Н., Васильковский А.Н., Кульбака С.С.* Марковская модель пакетирования ошибок в беспроводных системах видеонаблюдения // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2011. Т. 5, № 10. С. 105-108.
9. *Гришко А.К., Андреев П.Г., Тумакова И.А., Мокшанцева А.В., Моисеев А.В., Пакайкин А.А.* Применение имитационного моделирования при оценке устойчивости радиосвязи // Труды международного симпозиума "Надежность и качество". 2020. Т. 1. С. 114-115.
10. *Иванов Ю.Д., Лозка Б.В., Козлюк Е.О.* Составная модель источника ошибок в дискретных каналах преобразования данных // Системный анализ и прикладная информатика. 2016. № 3. С. 26-33.
11. *Гридчин Д.Н.* Имитационная модель дискретного канала связи с пакетированием ошибок и помехоустойчивым кодированием // Информационные системы и технологии. 2019. № 2(112). С. 35-40.
12. *Каганов В.И., Битюков В.К.* Основы радиоэлектроники и связи. М.: Горячая линия – Телеком, 2020. 542 с.
13. *Зырянов Ю.Т.* Радиоприемные устройства в системах радиосвязи. Санкт-Петербург: Лань, 2022. 320 с.
14. *Горбунов Ю.Н., Лобанов Б.С., Куликов Г.В.* Введение в стохастическую радиолокацию. М.: Горячая линия – Телеком, 2022. 376 с.
15. *Шестаков В.В.* Имитация потока ошибок при моделировании трактов системы связи с пространственно-временным разделением каналов. Депонирована М.: ЦНТИ «Информсвязь» № 615, 03.04.85.
16. *Шестаков В.В., Манонина И.В.* Моделирование цифровых радиотрактов // Технологии информационного общества. Сборник трудов XIII Международной отраслевой научно-технической конференции «Технологии информационного общества» (Москва, 20-21 марта 2019 г.). Москва, 2019. Т. 1. С. 239-242.
17. *Shestakov V.V., Manonina I.V.* Modeling a Flow of Errors for Digital Radiotracts // 2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO) (Russia, 01-03 July 2019). Russia, 2019. Pp. 1-6. DOI: 10.1109/SYNCHROINFO.2019.8813940.
18. *Shestakov V.V., Manonina I.V.* Definition of Parameters of the Source of Error Model for Communication Systems with Mobile Objects // 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO) (Svetlogorsk, Russia, 01-03 July 2020). Svetlogorsk, Russia, 2020. Pp. 1-7, DOI: 10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166053.
19. *Бабин Н.Н.* Средства и комплексы систем спутниковой связи. Санкт-Петербург: СПбГУТ им. М.А. Бонч-Бруевича, 2020. 155 с.

20. *Лебедько Е.Г.* Теоретические основы передачи информации. Санкт-Петербург: Лань, 2022. 352 с.
21. *Свешников А.А.* Прикладные методы теории марковских процессов: учебное пособие для вузов. Санкт-Петербург: Лань, 2022. 192 с.
22. *Çetin, U., Danilova A.* Markov Processes. In: Dynamic Markov Bridges and Market Microstructure. Probability Theory and Stochastic Modelling. New York, NY: Springer, 2018. 248 p. DOI: 10.1007/978-1-4939-8835-8.
23. *Ганичева А.В.* Математика для инженеров. Тверь: Тверская ГСХА, 2018. 354 с.
24. *Чернов Ю.А.* Специальные вопросы распространения радиоволн в сетях связи и радиовещания. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2018. 688 с.
25. *Трухин М.П.* Моделирование сигналов и систем. Конечномерные системы и дискретные каналы связи. Санкт-Петербург: Лань, 2022. 284 с.

ERROR SOURCE MODEL FOR RADIOTRACTS UNDER RAYLEIGH FADING CONDITIONS

VLADIMIR V. SHESTAKOV

PhD, Docent, Associate Professor at the Department of «Metrology, standardization and measurements in infocommunications», Moscow, Russia, shvvov@mtuci.ru

IRINA V. MANONINA

PhD, Associate Professor at the Department of «General communication theory» Moscow, Russia, ivm@mtuci.ru

ABSTRACT

Introduction: at the stages of equipment development, channel models are used, which are called communication channel simulators. **Problem statement:** each simulator is based on a mathematical model of a communication channel. Sometimes electronic simulators are made for a specific purpose. In particular, this is due to the processing of digital signals, which are affected by the distribution of errors, taking into account their grouping. **Methods:** a mathematical model of the radiotract is proposed in the form of a simple Markov chain, for the description of which the probabilistic characteristics of the signal envelope are used, and the parameters of which are determined on the basis of the characteristics of the radiotract under conditions of Rayleigh fading in radio channels. In this case, probabilities of error are determined for the case of optimal noncoherent reception of signals of differential phase modulation, frequency modulation and amplitude modulation, and to determine transient probabilities, a model was used based on the relationship between the intersection of the gain modulus quantization level and the ideal limitation. **Results:** an experimental verification of the consistency of the mathematical model with the real channel was carried out. The experiment was carried out for the case of transmission of an amplitude-modulated signal, during which, given the value of the error probability during Rayleigh fading in the considered channel, a parameter characterizing the Rayleigh distribution, final probabilities in three states, error probabilities, and also transition probabilities were determined, on the basis of which the error sequence was implemented. The chi-square criterion was used to verify the model's compliance with the experimental data. As a result, it was determined that the empirical sequence and the sequence obtained by modeling are two realizations of the same process.

Keywords: communication channel simulator; mathematical model of the communication channel; Markov chain; matrix of transient probabilities; fading in radio channels; probability of error; digital radiotract.

REFERENCES

1. Vasiliev K.K., Sluzhiviy M.N. *Matematicheskoe modelirovanie infokommunikacionnyh system* [Mathematical modeling of information systems]. Moscow: Gorjachaja linija – Telekom, 2018. 236 p. (In Rus)
2. Li Z., Bomfin R., Franco de Almeida I.B., Nimr A., Franchi N., Fettweis G. Position-Driven Wireless Multipath Channel Simulator for Square-Shaped Environments // 2021 1st IEEE International Online Symposium on Joint Communications & Sensing (JC&S) (Dresden, Germany, 23-24 February 2021). Dresden, Germany, 2021. Pp. 1-6. DOI: 10.1109/JCS52304.2021.9376345.
3. Taotao Z., Shuli D., Yunge T., Bingyin R., Wanhong L. Design and Implementation of Time-varying Fading Channel Simulator Based on FPGA // 2019 IEEE 8th Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC) (Chongqing, China, 24-26 May 2019). Chongqing, China, 2019. Pp. 1089-1092. DOI: 10.1109/ITAIC.2019.8785829.
4. Zhurakovskij V.N. *Verojatnostnoe modelirovanie cifrovyyh avtomatov* [Probabilistic modeling of digital automata]. Moscow: Izdatelstvo MGTU im. N.Je. Bauman, 2015. 44 p. (In Rus)
5. Sheluhin O.I. *Modelirovanie informacionnyh system* [Information systems modeling]. Moscow: Gorjachaja linija – Telekom, 2018. 536 p. (In Rus)
6. Bloh Je.L., Popov O.V., Turin V.Ja. *Modeli istochnika oshibok v kanalah peredachi cifrovoy informacii* [Error Source Models in Digital Information Transmission Channels]. Moscow: Svjaz, 1971. 312 p. (In Rus)
7. Grishko A.K. Markov model for predicting the parametric reliability of electronic systems. *Izmerenie. Monitoring. Upravlenie. Kontrol* [Measurement. Monitoring. Control. Control]. 2019. № 2(28). Pp. 5-12. (In Rus)
8. Sheluhin O.I., Rudnev A.N., Vaskovskij A.N., Kulbaka S.S. Markov error bursting model in wireless video surveillance systems. *T-Comm: Telecommunications and transport* [T-Comm]. 2011. Vol. 5. No. 10. Pp. 105-108. (In Rus)
9. Grishko A.K., Andreev P.G., Tumakova I.A., Mokshanceva A.V., Moiseev A.V., Pakajkin A.A. Application of simulation modeling in assessing the stability of radio communications. *Trudy mezhdunarodnogo simpoziuma "Nadezhnost i kachestvo"* [Proceedings of the international symposium "Reliability and quality"]. 2020. Vol. 1. Pp. 114-115. (In Rus)
10. Ivanov Y., Lozka B., Kozljuk E. Composite model error sources in discrete channels of data conversion. *Sistemnyj analiz i prikladnaja informatika* [System Analysis and Applied Informatics]. 2016. No. 3. Pp. 26-33. (In Rus)
11. Gridchin D.N. A simulation model of a discrete communication channel with error packaging and noise resistant coding. *Informacionnye sistemy i tehnologii* [Information systems and technologies]. 2019. No. 2(112). Pp. 35-40. (In Rus)
12. Kaganov V.I., Bitjukov V.K. *Osnovy radioelektroniki i svjazi* [Fundamentals of radio electronics and communications]. Moscow: Gorjachaja linija – Telekom, 2020. 542 p. (In Rus)
13. Zyrjanov Ju.T. *Radiopriemnye ustrojstva v sistemah radiosvjazi* [Radio receivers in radio communication systems]. Sankt-Peterburg: Lan, 2022. 320 p. (In Rus)
14. Gorbunov Ju.N., Lobanov B.S., Kulikov G.V. *Vvedenie v stohasticheskiju radiolokaciju* [Introduction to Stochastic Radar]. Moscow: Gorjachaja linija – Telekom, 2022. 376 p. (In Rus)
15. Shestakov V.V. Simulation of the flow of errors when modeling the paths of a communication system with space-time division of channels. *Moscow: CNTI "Informsvjaz"* [Moscow: CSTI "Informsvyaz"]. 1985. No. 615.
16. Shestakov V.V., Manonina I.V. Modelirovanie cifrovyyh radiotraktov [Simulation of digital radiotraits]. *Tehnologii informacionnogo obshchestva. Sbornik trudov XIII Mezhdunarodnoj otraslevoj nauchno-tehnicheskoy konferencii "Tehnologii informacionnogo obshchestva"* [Technologies of the information society. Proceedings of the XIII International Industry Scientific and Technical Conference "Information Society Technologies", Moscow, on March 20-21, 2019]. Moscow, 2019. Vol. 1. Pp. 239-243. (In Rus)
17. Shestakov V.V., Manonina I.V. Modeling a Flow of Errors for Digital Radiotraits // 2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO) (Russia, 01-03 July 2019). Russia, 2019. Pp. 1-6. DOI: 10.1109/SYNCHROINFO.2019.8813940.

18. Shestakov V.V., Manonina I.V. Definition of Parameters of the Source of Error Model for Communication Systems with Mobile Objects // 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO) (Svetlogorsk, Russia, 01-03 July 2020). Svetlogorsk, Russia, 2020. Pp. 1-7, DOI: 10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166053.
19. Babin N.N. *Sredstva i komplekсы sistem sputnikovoj svyazi* [Means and complexes of satellite communication systems]. Sankt-Peterburg: SPbGUT im. M.A. Bonch-Bruевича, 2020. 155 p. (In Rus)
20. Lebedko E.G. *Teoreticheskie osnovy peredachi informacii* [Theoretical foundations of information transfer]. Sankt-Peterburg: Lan, 2022. 352 p. (In Rus)
21. Sveshnikov A.A. *Prikladnye metody teorii markovskih processov: uchebnoe posobie dlja vuzov* [Applied Methods of the Theory of Markov Processes: Textbook for Universities]. Sankt-Peterburg: Lan, 2022. 192 p. (In Rus)
22. Çetin, U., Danilova A. Markov Processes. In: *Dynamic Markov Bridges and Market Microstructure. Probability Theory and Stochastic Modelling*. New York, NY: Springer, 2018. 248 p. DOI: 10.1007/978-1-4939-8835-8.
23. Ganicheva A.V. *Matematika dlja inzhenerov* [Mathematics for Engineers]. Tver: Tverskaja GSHA, 2018. 354 p. (In Rus)
24. Chernov Ju.A. *Specialnye voprosy rasprostraneniya radiovoln v setjah svyazi i radioveshhanija* [Special Issues of Radio Wave Propagation in Communication and Broadcasting Networks]. Moscow: TEHNOSFERA, 2018. 688 p. (In Rus)
25. Truhin M.P. *Modelirovanie signalov i sistem. Konechnomernye sistemy i diskretnye kanaly svyazi* [Simulation of signals and systems. Finite-dimensional systems and discrete communication channels]. Sankt-Peterburg: Lan, 2022. 284 p. (In Rus)